2 лекция

Материялық нүктенің кинематикасы

2.1. Механикалық қозғалыс. Кеңістік және уақыт. Санақ жүйесі
2.2. Материялық нүкте ұғымы. Материялық нүкте қозғалысының кинематикалық сипатталуы. Траектория теңдеуі
2.3. Орын ауыстыру векторы
2.4. Жылдамдық
2.5. Үдеу
2.6. Қатты дененің кинематикасы
2.7. Айналмалы қозғалыс кинематикасының элементтері. Айналмалы қозғалыс кезіндегі жылдамдық пен үдеу. Бұрыштық жылдамдық және бұрыштық үдеу
2.8. Инерциялық санақ жүйелері. Салыстырмалылық принципі
2.9. Галилейдің түрлендірулері

Барлық материялық денелердің ара қашықтығы бар, олар бір біріне салыстырмалы түрде өз орнын иеленіп, белгілі бір тәртіпте орналасады. Материялық денелердің осы бір ең жалпылама қасиеттері адам санасында ұзақ уақыт бойға практикалық іс – әрекеттің нәтижесінде **кеңістік** кейпінде өз көрінісін тапқан.

Евклид геометриясы. Абсолюттік кеңістік. Салыстырмалы кеңістік.

Қоршаған орта ұдайы өзгерістер үрдісінде болады. Үрдістер белгілі бір ізбен тізбектеліп келіп отырады; үрдістердің әрқайсысының белгілі бір ұзақтығы бар. Дүние үнемі даму үстінде болады. Дамушы, өзгеруші дүниенің осы жалпылама қасиеттері адам санасында **уақыт** ұғымы түрінде көрініс тапқан.

Периодтық үрдістер. Сағат. Бірыңғай уақыт. Сағаттарды синхронизациялау.

Механикалық жүйелердің моделін жасау үшін маңызды абстракцияның бірі материялық нүкте ұғымы болып саналады. **Материялық нүкте** деп геометриялық мәні бойынша математикалық нүктеге эквивалентті, бірақ массасы бар физикалық нысанды айтады.

Материялық дене.

Әрбір қозғалысқа кем дегенде екі дене қатысады, сондықтан, қозғалысты сипаттау үшін, екі дененің бірін **санақ денесі** деп аламыз. Санақ денесі болып, негізінде кез келген дене кабылдана алады.

Қайсы бір санақ денесімен байланыста тұрған **санақ жүйесін**, мысалы **тікбұрышты координаттар жүйесі түрінде** көзімізге елестетуге болады. Кеңістіктің барлық нүктелерінің орналасу жағдайы сөзсіз, ойша алғандағы қатты, өзара перпендикуляр, тікелей санақ денесімен байланысқан, және координаттар жүйесінің **басы** деп аталатын, қайсыбір белгілі нүкте арқылы өтетін үш тік стерженьмен салыстырмалы түрде анықталған. Стерженьдердің кесінділерінің ұзындығы белгілі бір ұзындық бірлігі арқылы өлшенуі қажет. Сонда кеңістіктің әрбір нүктесі үш санмен – координаталармен анықталатын болады.

Ең маңызды координаттар жүйелері.

Радиус-вектор.

Материялы нүкте қозғалысын сипаттау дегеніміз, оның кез келген уақыт мезетіндегі орналасу орнын көрсету. Ол өз қозғалысы кезінде қозғалыс **траекториясы** деп аталатын санақ жүйесі нүктелерінің үздіксіз тізбегін құрайды.

Санақ жүйесі нүктелерінің орналасу жағдайын әртүрлі тәсілдермен сипаттауға болады, соған сәйкес, нүктенің қозғалысын да түсіндіруге мүмкіндік туады.

Қозғалысты координаттық формада сипаттау. Нүктенің қозғалысы кезінде оның координаттары ($x_1=x,\ x_2=y,\ x_3=z$) уақыт озған сайын өзгереді, яғни, уақыттың қайсыбір функциясы болып табылады. Қозғалысты сипаттау – демек, осы функцияларды көрсетіп беру:

$$x = x(t), y = y(t), z = z(t). \qquad (1)$$

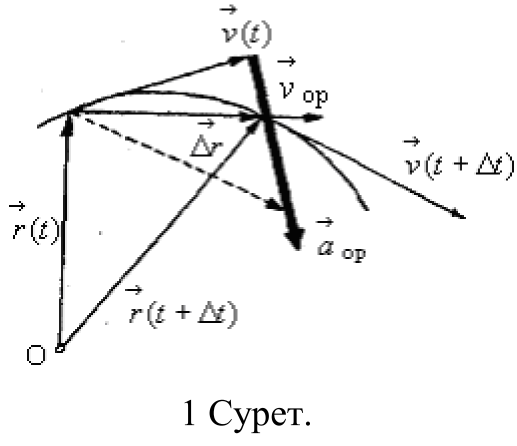
Қозғалысты векторлық формада сипаттау. Нүктенің қозғалысы кезінде оның радиус-векторы үздіксіз өзгеріп тұрады. Оның соңы (ұшы) траекторияны сипаттайды. Қозғалыс бейкоординаттық формада беріледі:

$$\vec{r} = \vec{r}(t). \qquad (2)$$

Қозғалысты траектория параметрлері көмегі арқылы сипаттау. Егер траектория берілген болса, онда ендігі мақсат оны бойлай жүретін қозғалыстың заңын көрсетіп беруге әкеп соғады. Траекторияның қайсыбір нүктесі бастапқы деп алынсын, ал кез келген басқа нүкте бастапқы нүктеден оны бойлай S қашықтығымен сипатталады:

$$S = S(t) \qquad (3)$$

Орын ауыстыру векторы. $\Delta\vec{r} = \vec{r}(t+\Delta t) - \vec{r}(t)$ орын ауыстыру векторы сандық жағынан соңғы және бастапқы нүктелердің арасындағы ара қашықтыққа тең болып, бастапқыдан соңғыға қарай бағытталған және материялы нүкте t және $t+\Delta t$ мезеттерінде болған траектория нүктелерін жалғастырады (1 Сурет).



1 Сурет.

Жылдамдық. Орташа жылдамдық векторы $\vec{V}_{op}$ екі нүкте арасындағы орын ауыстыру кезінде вектор ретінде анықталады (1 Сурет):

$$\vec{V}_{op}(t, t+\Delta t) = \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t} \tag{4}$$

Лездік жылдамдық:

$$\vec{V}(t) = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t} = \frac{d\vec{r}}{dt}. \tag{5}$$

Декарттық координаттар жүйесінде:

$$\vec{V} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \vec{i}_x \frac{dx}{dt} + \vec{i}_y \frac{dy}{dt} + \vec{i}_z \frac{dz}{dt}, \tag{6}$$

мұнда $\vec{i}_x, \vec{i}_y, \vec{i}_z$ - координат өстеріндегі бірлік векторлар.

Лездік жылдамдық траекторияға жанама бойымен бағытталған (1 Сурет):

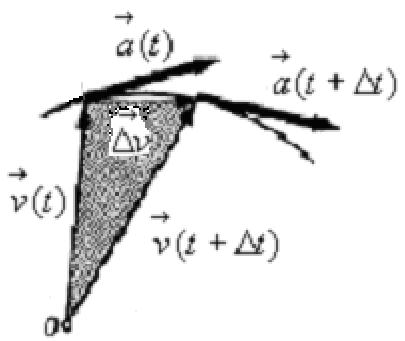
$$\vec{V} = \vec{\tau}\ v, \tag{7}$$

мұнда $\vec{\tau}$ – траекторияға жанама бірлік вектор.

Үдеу. Δt уақыт бойынша орташа үдеу мынаған тең (1 Сурет):

$$\vec{a}_{op}(t, t+\Delta t) = \frac{\Delta\vec{V}}{\Delta t}. \tag{8}$$

Жылдамдық годографы (2 Сурет):



2 Сурет.

$\Delta t \to 0$ кезде алынатын үдеу:

$$\vec{a} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\vec{V}}{\Delta t} = \frac{d\vec{V}}{dt}. \tag{9}$$

Декарттық координаттар жүйесінде:

$$\vec{a} = \vec{i}_x \frac{d^2x}{dt^2} + \vec{i}_y \frac{d^2y}{dt^2} + \vec{i}_z \frac{d^2z}{dt^2}. \tag{10}$$

Толық үдеу өзара перпендикуляр екі вектордан: $\vec{\tau}\left(\frac{dv}{dt}\right) = \vec{a_\tau}$ тангенциаль үдеуден және $\vec{n}\frac{v^2}{R} = \vec{a_n}$ нормаль үдеуден құралады:

$$\vec{a} = \vec{n}\frac{v^2}{R} + \vec{\tau}\left(\frac{dv}{dt}\right). \tag{11}$$

Толық үдеудің модулі:

$$a = \sqrt{\vec{a}^2} = \sqrt{\left(\frac{v^2}{R}\right)^2 + \left(\frac{dv}{dt}\right)^2}\,. \tag{12}$$

Қатты дененің кинематикасы

Еркіндік дәрежесі: материялық нүктелер жүйесінің қозғалысы сипатталатын тәуелсіз функциялардың (параметрлердің) санын еркіндік дәрежесі дейміз.

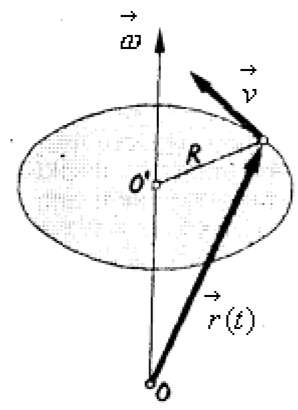
Егерде қозғалыс кезінде дененің барлық нүктелерінің жылдамдықтары бірдей болатын болса – бұл ілгерілемелі қозғалыс.

Егерде қозғалыс кезінде дененің барлық нүктелерінің траекториялары параллель жазықтықтарда жататын болса – бұл жазық қозғалыс.

Айналмалы қозғалыс. Бұрыштық жылдамдықтың векторы. Қатты дененің айналулары толығымен бұрыштық жылдамдықтың мәні арқылы сипатталады. Қатты дененің айналуларының барлық сипаттамаларын $\vec{w}$ бұрыштық айналу жылдамдығының векторы ұғымына біріктіруге болады. Ол модулі бойынша $w=\dfrac{d\varphi}{dt}$ тең және $\vec{V}$ қатты дене нүктелерінің сызықтық жылдамдығы

$$\vec{V} = \vec{w} \times \vec{r} \tag{13}$$

формуласымен бейнеленетіндей жағдайда айналу өсінің бойымен бағытталған, және қатты дене нүктелерінің $\vec{r}$ радиус-векторларының санақ басы айналу өсі бойында жатыр деп есептелінеді (3 Сурет).



3 Сурет.

Элементар бұрыштық орын ауыстыру векторы. Элементар бұрыштық орын ауыстыру вектор болып табылады: $d\vec{\varphi}$. Сондықтан

$$\vec{w} = \frac{d\vec{\varphi}}{dt} \tag{14}$$

бұрыштық жылдамдық та вектор болып табылады, өйткені, $d\vec{\varphi}$ – вектор, ал dt – скаляр.

Бұрыштық үдеу. Уақыт бойынша бұрыштық жылдамдықтың туындысы $\frac{d\vec{w}}{dt}$ бұрыштық үдеу деп аталады:

$$\vec{\beta} = \frac{d\vec{w}}{dt}. \qquad (15)$$

Инерциялық санақ жүйелері. Салыстырмалылық принципі. Галилейдің түрлендірулері

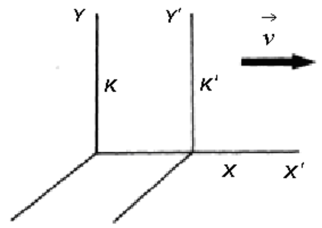
Толып жатқан тәжірибелерден көретініміз: қозғалмайтын жұлдыздар сферасына қарасты бірқалыпты ілгерілемелі және тұзусызықты, демек, бір біріне қарасты, қозғалыстағы барлық координаттар жүйелеріндегі бүкіл механикалық құбылыстар біркелкі түрде жүреді.

Тартылыс өрісі тым аздау деп топшылансын. Мұндай координаттар жүйелері инерциялық деп аталады, өйткені оларда Ньютонның инерция заңы әділетті боп есептеледі.

Бірінші болып Г. Галилей айтқан – барлық инерциялық координаттар жүйелеріндегі механикалық құбылыстар біркелкі жүреді деген пайымдау – **Галилейдің салыстырмалылық принципі** деп аталады.

Қатты дененің ең қарапайым қозғалысы – оның ілгерілемелі бірқалыпты түзусызықты қозғалысы. Осыған сәйкес, санақ жүйелерінің ең қарапайым салыстырмалы түрдегі қозғалысы болып, оның ілгерілемелі бірқалыпты түзусызықты қозғалысы алынады. Санақ жүйелерінің бірін шартты түрде қозғалмайтын, ал екіншісін – қозғалыста деп алайық. Әрбір санақ жүйесіне декарттық координаталар жүйесін енгіземіз. Қозғалмайтын K санақ жүйесіндегі координаталарды (x, y, z) арқылы, ал қозғалыстағыны K' – (x', y', z') арқылы белгілейік. Айтайық: "K' координаттар жүйесі K жүйесіне қарасты $\vec{V}$ жылдамдығымен қозғалуда".

Уақыттың әрбір мезетінде қозғалыстағы координаттар жүйесі қозғалмайтын жүйеге қарасты белгілі бір орында болады (4 Сурет).



4 Сурет.

Егер, $t=0$ мезетінде екі координаттар жүйелерінің бастары сәйкес келген болса, онда t мезетінде қозғалыстағы координаттар жүйесінің басы қозғалмайтын жүйенің $x=vt$ нүктесінде болады.

K жүйесінде қайсыбір Р нүктесінің *x, y, z* координаталары мен *K′* жүйесіндегі тура сол нүктенің *x′, y′, z′* координаталары арасындағы байланыс мынандай түрде беріледі:

$$x' = x - vt,\ y' = y,\ z' = z,\ t' = t. \qquad (16)$$

Бұл формулалар **Галилей түрлендірулері** деп аталады.

Керісінше қозғалмайтын жүйе ретінде *K′* жүйесін алуға болады. Онда Галилей түрлендірулері мынадай болады:

$$x = x' + vt',\ y = y',\ z = z',\ t = t'. \qquad (17)$$

Түрлендірулердің инварианттары. Координаталардың түрлендірілуі кезінде сандық мәндері өзгермейтін шамалар түрлендірудің инварианттары деп аталады.

Ұзындықтың инварианттылығы. Ұзындық Галилей түрлендірулерінің инварианты болып табылады:

$$l = \sqrt{\left(x_2^{'} - x_1^{'}\right)^2 + \left(y_2^{'} - y_1^{'}\right)^2 + \left(z_2^{'} - z_1^{'}\right)^2} = \sqrt{\left(x_2 - x_1\right)^2 + \left(y_2 - y_1\right)^2 + \left(z_2 - z_1\right)^2} = l'. \qquad (18)$$

Бірмезгілділік ұғымының абсолютті сипаты.

Уақыт интервалының инварианттылығы. Уақыт интервалы Галилей түрлендірулерінің инварианты болып табылады:

$$\Delta t = t_2 - t_1 = t_2' - t_1' = \Delta t'. \qquad (19)$$

Жылдамдықтарды қосу. *K′* координаттар жүйесінде материялы нүкте қозғалып келе жатыр делік. Қозғалмайтын координаттар жүйесінде оның жылдамдығының проекциялары мына теңдіктермен беріледі:

$$U_x = U_x' + v, \quad U_y = U_y', \quad U_z = U_z'. \qquad (20)$$

Бұлар классикалық механикадағы жылдамдықтарды қосудың формулалары болып табылады.

Үдеудің инварианттылығы. Осының алдындағы теңдіктерді $dt = dt'$ екендігін есте ұстай отырып, дифференциалдасақ, мынаны табамыз:

$$\frac{d^2x}{dt^2} = \frac{d^2x'}{dt'^2}, \quad \frac{d^2y}{dt^2} = \frac{d^2y'}{dt'^2}, \quad \frac{d^2z}{dt^2} = \frac{d^2z'}{dt'^2}. \qquad (21)$$

Осы формулалар көрсеткендей, үдеу Галилей түрлендірулеріне қарасты инвариантты болады.